

Canasta de chicles

Hay 15 canastas con chicles, cada canasta numerada del 1 al 15 consecutivamente. El número de chicles en cada canasta es igual al número en la canasta. Una “movimientos” consiste en elegir una o más canastas y luego sacar uno o más chicles de esas canastas, debe de sacarse el mismo número de chicles de cada canasta.

Adaptado de “*The Inquisitive Problem Solver*” de P. Vadelind, R. Guy y L. Larson, MAA, 2002. P34. Página 7.

- ¿Cuáles serían buenas preguntas acerca de esta configuración con esta movida? ¡Explorémoslas!

Una pregunta que surge a las claras es que se intente encontrar el número mínimo de movimientos necesarios para vaciar todas las canastas.

- ¿Qué tipo de estrategias puedes utilizar para vaciar las canastas? ¿Cuántos movimientos necesitas?
- Explora ¿cómo funcionaría tu estrategia si el número de canastas es cambiado?
- ¿Qué sucedería si el número de chicles también es cambiado?

¡Juguemos con números pequeños!

- ¿Qué sucedería si tres canastas contienen $\{a, a+1, a+2\}$ chicles, respectivamente? ¿Cuál sería el mínimo de movimientos que tomaría para vaciarse?
- ¿Podemos llenar tres canastas de manera que en 1, 2 o 3 movimientos se logren vaciar? ¿Y con cuatro canastas?
- ¿Pueden llenarse n canastas de manera que en n pasos sean vaciadas?
- ¿Qué sucedería si las canastas contienen $\{1, 5, 33, 36\}$ o $\{2, 6, 7, 13\}$, $\{33, 34, 36, 40, 48\}$ o $\{1, 2, 4, 11, 16, 17\}$ chicles? ¿Cuáles son las estrategias más eficientes en estos casos? ¿Hay algún procedimiento que siempre vaciará las canastas en la menor cantidad de movimientos?
- ¿Qué sucedería si también se pudieran tomar “chicles negativos”? Es decir: galletas que se pueden agregar a ciertas canastas (pero el mismo número a todas las que se eligieron). Ahora, ¿cuántos movimientos tomaría vaciar las canastas $\{1, 2, 4, 8, 16\}$?

Ahora digamos que un “movimiento” consiste en quitar el mismo número de chicles de TODAS las canastas en TODAS las columnas, PERO en cada turno podemos bloquear canastas estén adyacentes en una fila (Bloquear significa que no sacaremos chicles de dicha canasta en ese turno). ¿Cómo podemos vaciar todas las canastas en nuestra configuración rectangular?

Intenta el siguiente ejemplo:

5	5	3	3
2	2	5	2
5	3	3	2
2	5	5	3

Para leer más acerca de problemas similares:

1. M. Develin. Optimal subset representations of integer sets. *Journal of Number Theory*, 89:212-221, 2001.
2. Moulton, David Petrie. Representing powers of numbers as subset sums of small sets. *J. Number Theory*, 89 (2001), no. 2, 193-211.
3. D. Mills, Some observations on subset sum representations, *Electronic Journal of Combinatorial Number Theory*, 6 (2006), #A25.
4. M.J. Collins, D. Kempe, J. Sala, and M. Young. Nonnegative Integral Subset representations of Integer sets. *Inform. Process. Lett.*, 101, 129-133, 2007.
5. S. Luan, J. Saia and M. Young, Approximation algorithms for minimizing segments in radiation therapy, *Inform. Process. Lett.*, 101, 239-244, 2007.
6. C. Engelbeen y S. Fiorini. Constrained decompositions of integer matrices and their applications to intensity modulated radiation therapy. *Networks*, 2009. DOI 10.2002/net. 20324.
7. C. Engelbeen, The Segmentation Problem in Radiation Therapy, PhD thesis, 2010.