

Círculos matemáticos
Totoncapán
Guatemala, mayo de 2016

PROBLEMA DE LOS CASILLEROS

El problema que motiva esta actividad es el problema de los casillero. Hay muchas formas de abordar este problema y en cada una de ellas se desarrollan diversos conceptos matemáticos.

Instrucciones de la actividad

Se comienza con 15 vasos, todos boca abajo sobre una mesa, como se muestra en la figura.



En la misma habitación hay 15 personas numeradas del 1 al 15. Una forma de de las instrucciones es: La persona con el número 2 le debe dar vuelta a los vasos de dos en dos, empezando por el segundo vaso, es decir, el le debe dar vuelta a los vasos con los números 2,4,6,8,10,12,14. La persona con el número 3 debe voltear los vasos de tres en tres, comenzado con el tercer vaso, es decir, le dará vuelta a los vasos con los números 3,6^a,9,12,15. Así en general la persona con el número n volteará los vasos de n en n .

Otra forma de dar las instrucciones es: La persona con el número 2 volteará los vasos que sean múltiplos de 2. La persona con el 3, volteará los vasos que sean múltiplos de 3. La persona con el número n volteará los vasos que son múltiplos de n .

^aEl vaso 6 ya estaría boca arriba porque la persona con el número 2 lo dejó en esa posición, así que la persona con el número 3 lo volverá a poner boca abajo.

Pregunta 1

Si se comienza con los vasos boca abajo como se muestra en la figura y hacemos que la persona con el número 1, la del número 2, hasta la del número 15, volteen los vasos según lo explicado anteriormente ¿Qué vasos terminarán boca arriba y cuáles boca abajo?

Pregunta 2

¿Qué vasos va a voltear la persona con el número 7?

Pregunta 3

¿Qué vasos va a voltear la persona con el número 1?

Apuntes ²

Pregunta 4

¿El vaso 1 se encuentra boca abajo o boca arriba después de que todas las personas han volteado sus vasos? ¿Por qué pasa esto?

Pregunta 5

¿Cuántas veces han sido volteados los vasos que termina boca abajo?
¿Cuántas veces han sido volteados los vasos que termina boca arriba?
¿Podrías decir algo acerca de la paridad de los números de las dos preguntas anteriores?

Pregunta 6

¿Qué pasa con los vasos que están etiquetados con un número primo?
¿Cuántas veces han sido volteados estos vasos? ¿Por qué?

Es importante notar que los vasos que están boca abajo no todos tienen un número primo como etiqueta, por ejemplo el vaso 8 y el 12 son vasos que terminan boca abajo y no son primos. Por lo que se hace necesario seguir investigando para responder la pregunta central.

Pregunta 7

¿Cuál es la relación entre el número de factores de un número y la cantidad de veces que un vaso con ese número es volteado?

Pregunta 8

¿El número de factores de un número siempre es par? ¿Cuál es la paridad del número de factores de un cuadrado perfecto? ¿Por qué?

Pregunta 7

Otras preguntas que resultan de interés son:

- ¿Cambia algo si ahora comenzamos con 100 vasos y 100 personas en lugar de 15? En general, si empezamos con N vasos y N personas ¿Cambia en algo la dinámica de la actividad?
- La persona 3 y la 4 se ponen a platicar y si preguntan si ellos tienen que voltear algún vaso en común ¿Que responderías tu? ¿Cómo se relaciona esto con el mínimo común múltiplo?
- ¿Cuál es el primer vaso que la persona M y la N tienen para voltear en común?
- Con 100 vasos y 100 personas ¿Quién es la última persona que en su turno voltea tanto el vaso 40 como el 72?
- ¿Quién es la última persona que voltea en su turno tanto el vaso N como el M ?

Conceptos desarrollados

En conclusión los conceptos matemáticos desarrollados en esta actividad fueron:

- Múltiplos y factores.
- Números pares e impares, residuos de dividir por 2.
- Cuadrados perfectos.
- Números primos.
- Mínimo común múltiplo y máximo común divisor.