

Taller Círculos Matemáticos

Javier Ronquillo Rivera

Bob Klein

Ohio University

jr928412@ohio.edu

kleinr@ohio.edu

Carlos Arango

Instituto Educación para la Vida

arangoce@gmail.com

Introducción

La matemática es una disciplina bella y asombrosa. Su belleza radica en que conceptos aparentemente alejados unos de otros se conjugan en la misma estructura matemática. La sorpresa de descubrir estas relaciones entre conceptos en el mundo numérico o en el universo físico que nos rodea hace de la matemática una aventura fascinante y llena de satisfacción. Por ejemplo, ¿Cuál la relación entre la propiedad conmutativa de la multiplicación de números con los pasos de una danza folclórica? ¿Cuál es la relación entre un truco de “magia” realizado con cartas y el sistema numérico que utilizan las computadoras para transmitir datos? ¿Puede una ronda o juego para niños ser descrita por la misma estructura matemática que describe el movimiento de una gota de agua al caer?

Sin embargo, muchas veces la matemática es percibida como una materia difícil y aburrida, creando una cultura de miedo y repulsión entre los estudiantes e incluso sus familias. Esta cultura hace que el aprendizaje de la matemática sea una experiencia estresante y tediosa. Además evita que los estudiantes desarrollen un buen entendimiento de la materia y que disfruten de esta maravillosa área del conocimiento. Es a través de la belleza y fascinación por la matemática que esta cultura puede ser cambiada y una ventana para entender y disfrutar puede ser abierta.

El principal objetivo con las actividades abajo descritas es cambiar la experiencia de estudiar matemática y proveer un marco donde se pueda hacer matemática como algo divertido, emocionante y fascinante. Los problemas y juegos en las actividades buscan que los estudiantes desarrollen sus propias teorías mostrando que la matemática no es una materia muerta y donde ya todas las preguntas han sido planteadas y respondidas. En contraste los estudiantes pueden contribuir al desarrollo de esta materia planteando nuevas preguntas y encontrando soluciones para dichas preguntas. Las actividades también conectan la matemática que los estudiantes aprenden en la escuela con situaciones de la vida cotidiana tales como baile, juegos o rondas para niños, trucos de cartas, etc., lo que permite que la

matemática se convierta en algo palpable y presente en nuestro día a día para disfrutar en cada momento de nuestras vidas.

A continuación se presentan actividades que han tenido éxito en distintos contextos con respecto a los objetivos arriba descritos. Hemos tenido la oportunidad de realizar estas actividades en áreas rurales de la Nación Navajo y en el área urbana de Athens, Ohio, con estudiantes de 11 a 14 años. Además las hemos presentado también con profesores de la Nación Navajo, Athens y Albuquerque, Nuevo México. En todas las ocasiones hemos logrado el interés, risas, trabajo en equipo y creatividad por parte de estudiantes y profesores al mismo tiempo que se aprende matemática.

Actividades

Juego del Amigo y Enemigo: En un cuarto lleno de personas cada una de ellas elige secretamente a dos participantes. El primero será el enemigo y el segundo el amigo de la persona. El objetivo del juego es lograr que nuestro amigo esté siempre entre nuestro enemigo y nosotros así que nuestro amigo sirve de protección ante nuestro enemigo. El objetivo se puede alcanzar solo si nosotros nos movemos dado que nuestro enemigo y amigo no saben que los hemos elegimos. Es cuando todos estamos intentado ser protegidos la diversión comienza y se pueden observar patrones de recorrido y distintas posiciones de las personas en el salón. Inmediatamente las siguientes preguntas surgen: ¿Se puede llegar a una configuración que cumpla que todos los participantes estén protegidos? ¿Para lograr dicha configuración es importante cuántos jugadores participan en el juego? ¿En qué figuras geométricas deben las personas colocarse para estar todos protegidos? ¿Círculos, triángulos, cruces, cuáles funcionarán? ¿De cuántas formas distintas pueden las personas elegir a su enemigo y amigo? ¡Las respuestas son sorprendentes!

Conceptos: Figuras geométricas que se pueden formar con tres, cuatro, cinco y seis puntos. Colinealidad de puntos, es decir: ¿Cuáles puntos se encuentran en la misma línea recta? ¿Cómo se conjuga la colinealidad de puntos con relaciones impuestas sobre los puntos (como la relación de amistad y enemistad)?

El Bingo mentiroso: Este bingo se juega con tiras de papel que contienen seis números cada una, algunos de estos números están escritos en color rojo y otros en color negro. Los siguientes son ejemplos de estas tiras:

41	21	11	5	3	0
17	77	47	53	55	56
31	51	61	75	73	70
16	76	46	52	54	57
55	35	5	11	17	14
34	54	64	70	76	75

La primera pregunta es ¿Qué patrones pueden observarse en las tiras? ¿Pueden colocarse en algún orden? Ambas preguntas son abiertas y todas las respuestas son bienvenidas y correctas. Luego el facilitador de la actividad anuncia que es momento de jugar el bingo mentiroso. Las reglas del juego son simples: el facilitador pedirá a uno de los participantes leer (de izquierda a derecha) la secuencia de seis colores en una de las tiras de papel pero pedirá que el lector mienta en exactamente uno de los colores. El facilitador sin mirar la tira de papel adivinará “mágicamente” el número en el que el lector mintió. El trabajo de los participante es entender cómo funciona este “truco”. ¡Los patrones encontrados anteriormente ayudan a resolver este misterio!

Conceptos: Reconocimiento de patrones de secuencias de números. Sistemas de numeración y sistema binario de numeración.

Juegos de Nim: Los juegos de Nim consisten en que dos jugadores toman turnos y siguen ciertas reglas para remover piedras de uno o más montones de piedras. Usualmente el jugador que toma la última piedra gana el juego. Nosotros nos concentraremos en encontrar la estrategia ganadora de dichos juegos. La estrategia ganadora es una serie de pasos que siempre aseguran la victoria a un jugador, por ejemplo, el ajedrez no tiene una estrategia ganadora debido a su complejidad. En contraste, se puede encontrar estrategias ganadoras para distintos juegos de Nim, dichas estrategias están fuertemente ligadas a conceptos como la divisibilidad de los números y los residuos que obtenemos al dividir.

Conceptos: Divisibilidad, residuos, inversos aditivos y aritmética modular.

Apretones de mano y principio de la multiplicación: Una forma usual de empezar una reunión es mediante las presentaciones de los asistentes, en especial, cada persona puede ir y presentarse con un apretón de manos a cada uno de los demás asistentes. Una vez que todos los saludos han ocurrido: ¿Cuántos apretones de mano sucedieron en el salón? Quizás queramos saludar a todas las personas de nuevo para memorizar sus nombres, pero en esta ocasión por las puras ganas de cambiar podríamos hacerlo en un orden distinto que la primera vez. ¿En cuántos órdenes distintos puede una persona saludar al resto de asistentes a la reunión? Hablaremos de cómo resolver estas preguntas y otras similares utilizando el Principio de la Multiplicación. Otro ejemplo de preguntas que se resuelven usando este

principio es ¿Cuántas distintas placas de carro pueden generarse en Guatemala? ¿De cuántas formas distintas puede una familia sentarse alrededor de la mesa?

Conceptos: Principio de la Multiplicación y técnicas de conteo.

Sillas musicales y principio de las casillas: Cambiamos las reglas del juego sillas musicales de la siguiente forma: todos los participantes colectivamente ganan si todas las personas que están jugando se encuentran sentadas en una silla al terminar de sonar la música; todos los participantes colectivamente pierden si hay alguna persona que está de pie al terminar de sonar la música. Por supuesto, los participantes tienen que compartir las sillas y las risas no se hacen esperar. A partir de esta modificación estudiaremos cómo se comparten las sillas y cuáles son las conclusiones a las que podemos llegar al respecto si conocemos cuántas personas y sillas hay en el juego. Dichas conclusiones motivan el Principio de las Casillas. Usaremos este principio para estudiar problemas similares como ¿Por qué en un grupo de seis personas siempre hay tres personas que se conocen o tres personas que no se conocen previamente?

Conceptos: Principio de las casillas y técnicas de conteo.

Canasta de Shecas: Este es un juego muy simple que utilizaremos para desarrollar preguntas matemáticas interesantes. Los participantes trabajarán juntos para diseñar estrategias eficientes para ganar el juego, al mismo tiempo el objetivo será generalizar dichas estrategias. Con esto en mente, desarrollaremos la idea de algoritmo y veremos cómo preguntas matemáticas simples pueden estar conectadas con problemas de investigación en matemática y aplicaciones en la medicina.

Conceptos: Algoritmos, estrategias eficientes, progresiones aritméticas y geométricas.

Explotando Puntos: Este juego revela el secreto para entender cómo los números son representados en distintos sistemas de numeración, además ayuda a entender los algoritmos para sumar, restar, multiplicar y dividir en distintos sistemas de numeración, por ejemplo el sistema decimal. Este juego incluso revela la forma de dividir polinomios y entender el algoritmo de división larga.

Conceptos: Sistemas de numeración, algoritmos de suma, resta, multiplicación y división., División de polinomios.

Cartas Binarias Adivinas: Este es un truco “mágico” que se realiza con un juego de cartas y que permiten adivinar la edad de cualquier persona. La matemática detrás de este juego de cartas está relacionada con la representación de un número en el sistema binario. Además trataremos de crear nuestro propio juego de cartas utilizando otros sistemas numéricos.

Conceptos: Sistemas de numeración y reconocimiento de patrones.

Contradanza y propiedades algebraicas: En esta actividad aprenderemos a mover el esqueleto como lo hacen en la contradanza estadounidense. Sorpresivamente los pasos de esta danza están fuertemente ligados con propiedades de las operaciones de números como la propiedad conmutativa de la suma o la multiplicación, números negativos (inversos aditivos), fracciones (inversos multiplicativos) e identidad. Lo agradable de esta actividad es que permite bailar estas propiedades y conceptos dando así un mejor entendimiento de la misma a los estudiantes, pues se convierten en algo tangible.

Conceptos: Propiedad conmutativa, inversos, identidad, grupos cíclicos, grupos diedrales.